

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Мурманский арктический государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «МАГУ»)**

**Комплект контрольно-оценочных средств  
по учебной дисциплине ОУД.02 Математика: алгебра и начала математического  
анализа, геометрия общеобразовательного цикла  
специальности 54.02.01 Дизайн (по отраслям)  
базовой подготовки**

**УТВЕРЖДЕНО**



Мурманск  
2020

## **1. Оценка освоения учебной дисциплины**

1. Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия», направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Результатом освоения учебной дисциплины является - умение применять математические методы для решения профессиональных задач; - использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях. Формой аттестации по учебной дисциплине является экзамен.

Оценка теоретического курса учебной дисциплины осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля:

- текущий контроль – опрос, тестирование/решение профессиональных задач;
- рубежный контроль – контрольная работа.
- промежуточная аттестация – экзамен который проводится в сроки, установленные учебным планом, и определяемые календарным учебным графиком.

УО – устный опрос;

КР – контрольная работа.

**Контроль и оценка** результатов освоения учебной дисциплины осуществляется в процессе проведения практических занятий, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

<b>Результаты освоения учебной дисциплины</b>	<b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b>
<p>В результате изучения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» обучающиеся должны достичь следующих результатов:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>личностные:</b></li><li>-сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;</li><li>-понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;</li><li>-развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;</li><li>-владение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;</li></ul>	<p>1. Интерпретация результатов наблюдений за деятельностью обучающихся в процессе освоения образовательной программы.</p> <p>2. Стартовая диагностика подготовки обучающихся по школьному курсу математики; выявление мотивации к изучению нового материала.</p> <p>3. Текущий контроль в форме:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- самостоятельных работ по темам разделов дисциплины;</li></ul>

<p>-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;</p> <p>-готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;</p> <p>-готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b><i>метапредметные:</i></b></li> </ul> <p>-умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;</p> <p>-умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;</p> <p>-владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;</p> <p>-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;</p> <p>-владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;</p> <p>-владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;</p> <p>-целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b><i>предметные:</i></b></li> </ul> <p>-сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;</p> <p>-сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;</p> <p>-владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p>	<p>- контрольных работ по темам разделов дисциплины;</p> <p>- тестирования;</p> <p>- домашней работы;</p> <p>- отчёта по проделанной внеаудиторной самостоятельной работе согласно инструкции (представление пособия, презентации /буклета, информационное сообщение).</p> <p>- фронтального опроса;</p> <p>- устного зачета;</p> <p>- письменного зачета;</p> <p>- математического диктанта;</p> <p>- защиты реферата;</p> <p>- самостоятельной работы с книгой и другими материалами.</p> <p>4. Итоговая аттестация в форме письменного экзамена.</p>
--	---

<p>-владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;</p> <p>-сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;</p> <p>-владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</p> <p>-сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;</p> <p>-владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</p>	
---	--

2. Задания для оценки освоения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия».

2.1. Входная контрольная работа проводится с целью проверки освоения обучающимися содержания образования по математике. Форма работы обеспечивает полноту проверки за счет включения заданий, составленных на материале основных разделов предмета «Математика» в школе: уравнения, неравенства, степени, действия с действительными числами, проценты, графики элементарных функций, теорема Пифагора.

Контрольная работа включает 10 заданий базового и повышенного уровней.

Количество вариантов – 2

Данная работа рассчитана на 45 минут.

Максимальное количество баллов - 10.

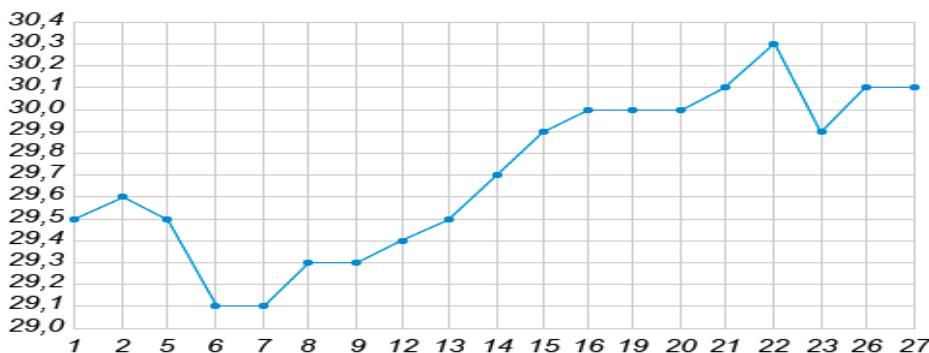
Верно выполнено менее 4	2 (неудовлетворительно)
Верное выполнение 6-7	3 (удовлетворительно).
Верно выполнено 8-9	4 (хорошо)
Верно выполнено 9-10	5 ( отлично)

## ВАРИАНТ 1

1. Сократите дробь:  $\frac{x}{x^2-y^2} \cdot (xy - y^2)$
2. Упростите выражение:  $\sqrt{72} + (3 - \sqrt{2})^2 - \sqrt[4]{81}$

3. Литр бензина стоит 22 руб. Какое наибольшее целое число литров бензина можно приобрести на 700 руб. при повышении цены на 5%?

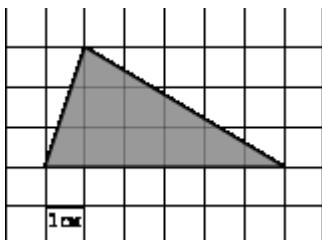
4. На рисунке точками отмечен курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 27 апреля 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена доллара в рублях. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые стал равен 29,9 рубля



5. Найдите область определения выражения:  $\sqrt{10 + 3x - x^2}$

6. Решите уравнение:  $\frac{x^2}{16} - \frac{x}{8} = \frac{x+1}{3}$

7. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см  $\times$  1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах



8. Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 11, один из углов равен  $45^\circ$ . Найдите длину боковой стороны трапеции.

9. Решите систему неравенств  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2y - x = 1 \end{cases}$

10. На двух копировальных машинах, работающих одновременно, можно сделать копию пакета документов за 10 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждой машине в отдельности, если известно, что на первой ее можно сделать на 15 мин быстрее, чем на второй?

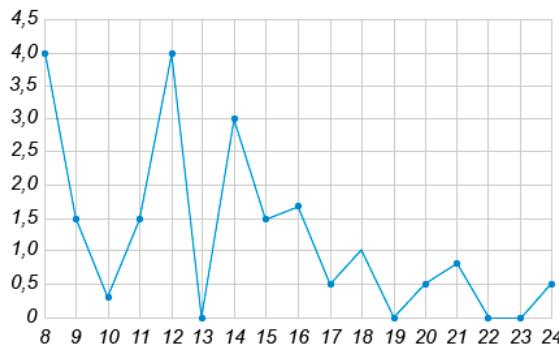
## ВАРИАНТ 2

1. Сократите дробь:  $(a^2 + ab) \cdot \frac{b}{a^2 - b^2}$

2. Упростите выражение:  $(2 + \sqrt{3})^2 - \sqrt{48} - \sqrt[3]{125}$

3. Стоимость одной пачки бумаги в магазине равна 240 руб. Какое наибольшее число таких пачек бумаги можно приобрести на 950 руб. при понижении цены на 10%?

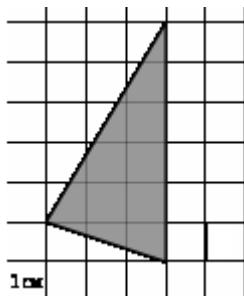
4. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями. Определите по рисунку, сколько дней не выпадало осадков.



5. Найдите область определения выражения:  $\sqrt{3 - 2x - x^2}$

6. Решите уравнение:  $\frac{x^2}{27} + \frac{x}{3} = \frac{x+9}{3}$

7. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см  $\times$  1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах



8. Основания равнобедренной трапеции равны 21 и 15, один из углов равен  $45^\circ$ . Найдите длину боковой стороны трапеции.

9. Решите систему неравенств  $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

10. На двух копировальных машинах, работающих одновременно, сделали копию пакета документов за 20 мин. За какое время можно было выполнить эту работу на каждой из них в отдельности, если известно, что при работе на первой машине для этого требуется на 30 мин меньше, чем при работе на второй?

Ответы:

№ п/п	1 вариант	2 вариант
1	$\frac{xy}{(x+y)}$	$\frac{ab}{(a-b)}$

№ п/п	1 вариант	2 вариант
2	$6\sqrt{2} + 8$	$2 - 12\sqrt{3}$
3	30	4
4	15	4
5	$(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$	$(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$
6	$x_1 = 8, x_2 = -\frac{2}{3}$	$x = \pm 9$
7	9	9
8	$8\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$
9	$(-\frac{1}{6}; \frac{7}{12})$	
10	за 15 и 30 минут	за 20 и 50 минут

2.2. Контрольная работа №1 по теме: «Развитие понятия о числе» проводится для оценки знаний 31, умений У1, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

Количество вариантов – 2

За каждый правильно выполненное задание начисляется – 1 балл.

Максимальное количество баллов – 5

Шкала перевода оценок.

2 балла и менее	2 (неудовлетворительно)
3 балла	3 (удовлетворительно)
4 балла	4 (хорошо)
5 баллов	5 (отлично)

Время на выполнение данной работы – 90 минут.

### ВАРИАНТ 1

- Вычислить значение выражения  $(1+i)^2 + \frac{-2+3i}{2i}$
- Вычислить значение выражения  $\left(\frac{4-i}{5+i}\right) \left(\frac{i}{1-i}\right)$
- Вычислить значение выражения  $\frac{2z^2+i}{iz+2}$  где  $z = -2 + i$
- Вычислить сумму  $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ , взяв приближенные значения корней с точностью 0.001; найдите  $\varepsilon_a$
- Вычислите относительную погрешность  $\sqrt{38.9}$

### ВАРИАНТ 2

- Вычислить значение выражения  $\frac{2-i}{5} \div \frac{2+i}{10}$
- Вычислить значение выражения  $(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2})^4$
- Вычислить значение выражения  $\left|(\sqrt{3}i + 1)^3\right|$

4. Вычислить разность  $\alpha = \sqrt{11} - \sqrt{7}$ , с четырьмя значащими цифрами; найдите  $\varepsilon_a$

5. Вычислите относительную погрешность  $\sqrt[3]{68.4}$

Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	$1,5 + 3i$	$\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i$
2	$-\frac{5}{26} + \frac{7}{13}i$	- 1
3	$4 + i$	8
4	$\alpha = 4.38 \quad \varepsilon_a = 0.02\%$	$\alpha = 0.67 \quad \varepsilon_a = 0.15\%$
5	0,1 %	0,02 %

2.3. Контрольная работа № 2 по теме: «Уравнения и неравенства» проводится для оценки знаний 32, умений У2, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

Количество вариантов – 2

За каждый правильно выполненное задание начисляется – 1 балл.

Максимальное количество баллов – 5

Шкала перевода оценок.

2 балла и менее	2 (неудовлетворительно)
3 балла	3 (удовлетворительно)
4 балла	4 (хорошо)
5 баллов	5 (отлично)

Время на выполнение данной работы – 90 минут

### ВАРИАНТ 1

1. Решить систему неравенств  $\begin{cases} 5 - x > 2x - 4 \\ 3x - 7 < 3 - 2x \end{cases}$

2. Решить систему линейных уравнений с помощью определителя второго порядка  

$$\begin{cases} 2x - 7y = -8 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений с помощью определителя третьего порядка  

$$\begin{cases} 5x + 3y + 3z = 48 \\ 2x + 6y - 3z = 18 \\ 8x - 3y + 2z = 21 \end{cases}$$

4. Решить иррациональное уравнение  $\frac{2x-5}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{x+2}$

5. Решить неравенство:  $\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x^2y - xy^2 = 6 \end{cases}$

### ВАРИАНТ 2

1. Решить систему неравенств  $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{3}{4} > \frac{x}{2} + \frac{5}{3} \\ 7x - 3 > 4x + 2 \end{cases}$

2. Решить систему линейных уравнений с помощью определителя второго порядка
- $$\begin{cases} 7x - 5y = 13 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений с помощью определителя третьего порядка
- $$\begin{cases} x - 2y - z = 2 \\ 3x - 6y - 3z = 6 \\ 5x - 10y - 5z = 10 \end{cases}$$

4. Решить иррациональное уравнение  $\sqrt{x+15} - \sqrt{x-1} = \frac{10}{\sqrt{x-1}}$

5. Решить неравенство:  $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x^2 - 2xy = -3 \end{cases}$

Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	( $-\infty; 2$ )	(14.5; $+\infty$ )
2	(3; 2)	(4; 3)
3	(3; 5; 6)	бесконечное множество решений
4	7	нет решения
5	(3; 2), (-2; -3)	(-3; -2), (3; 2)

2.4. Контрольная работа № 3 по теме: «Корни. Степени. Логарифмы» для оценки знаний З 3, умений УЗ, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

Количество вариантов – 2

За каждый правильно выполненное задание начисляется – 1 балл.

Максимальное количество баллов – 10

Шкала перевода оценок.

7 балла и менее	2 (неудовлетворительно)
8 балла	3 (удовлетворительно)
9 баллов	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

Время на выполнение данной работы – 90 минут

### ВАРИАНТ 1.

1. Упростить выражение  $\frac{\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{5}}$

2. Упростить выражение  $b^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{b} \sqrt[4]{b}$

3. Вычислить  $\log_7 49^4$

4. Вычислить  $4 \log_{12} 2 + 2 \log_{12} 3$

5. Вычислить значение выражения  $\frac{1}{\log_{12} 18} + \frac{1}{\log_{27} 18}$

6. Решить показательное уравнение  $3^{x+4} + 3 \cdot 5^{x+2} = 5^{x+4} + 3^{x+3}$

7. Решить показательное неравенство  $11^{\sqrt{x+6}} > 11^x$
8. Вычислить логарифм  $36^{\log_6 5} + 10^{1-\log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$
9. Решить уравнение  $\log_2 x + \log_x 2 = 2,5$
10. Решить неравенство  $\log_6(x^2 - 3x + 3) \geq 1$

### ВАРИАНТ 2.

1. Упростить выражение  $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{4\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{256}}$
2. Упростить выражение  $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{ab})$
3. Вычислить  $\log_4 64^{-2}$
4. Вычислить  $\log_{11} 484 - 2 \log_{11} 2$
5. Вычислить  $\log_8 7 \cdot \log_7 6 \cdot \log_6 4$
6. Решить показательное уравнение  $2^{x+1} + 2^{x-1} - 3^{x-1} = 3^{x-2} - 2^{x-3} + 2 \cdot 3^{x-3}$
7. Решить показательное неравенство  $0,3^{\sqrt{30-x}} > 0,3^x$
8. Вычислить логарифм  $(81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}) \cdot 49^{\log_7 2}$
9. Решить уравнение  $\log_3 x + 2 \log_x 3 = 3$
10. Решить неравенство  $\log_3(x^2 - 2,5x) < -1$

### Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	6	$\frac{1}{2}$
2	$b^{\frac{1}{2}}$	$a + b$
3	8	- 6
4	3	2
5	2	$\frac{2}{3}$
6	- 3	4
7	$0 \leq x < 3, -6 \leq x < 0$	$5 < x \leq 30$
8	3	$16\frac{3}{4}$
9	$x_1 = 4; x_2 = \sqrt{2}$	$x_1 = 3; x_2 = 9$
10	$x \leq -1; x \geq 4$	$x < -0,5 \quad x > 3$

2.5. Контрольная работа № 4 по теме: «Прямые и плоскости в пространстве проводится для оценки знаний 34, умений У4, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

Варианты имеют одинаковый уровень сложности и содержат:

20 заданий с выбором ответа, каждое из которых оценивается 1 балл,

7 заданий с кратким ответом, каждое из которых оценивается 2 балла,

4 задания с развёрнутым ответом, каждое из которых оценивается 3 балла.

Всего – 46 баллов.

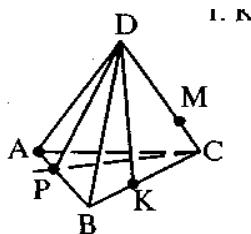
Время на выполнение данной работы – 90 минут

Шкала перевода оценок.

19 и менее	2 (неудовлетворительно)
20 – 26 баллов	3 (удовлетворительно)
27 – 36 балла	4 (хорошо)
37 – 46 баллов	5 (отлично)

### ВАРИАНТ 1

**Часть 1.** Задание с выбором ответа (1 балл).



**A1** Какой плоскости не принадлежит точка А?

- А) PDB      Б) ADC      В) APC      Д) BDC

**A2** На каких плоскостях лежит прямая DB?

- А) ADC и ADB      Б) ADB и ABC      В) ADB и DCB      Д) DKB и DCA

**A3** В какой точке пересекаются прямая PC и плоскость ADB?

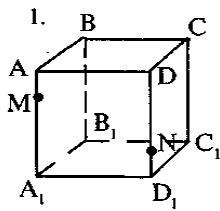
- А) Р      Б) С      В) А      Д) D

**A4** По какой прямой пересекаются плоскости ABC и ADC?

- А) DB      Б) DC      В) AC      Д) BA

**A5** Какие прямые лежат в плоскости BDC?

- А) DB, AC, DK, AB      Б) KB, DA, DK, CP  
В) DP, DC, DK, CA      Д) DB, DC, DK, CB



**A6** Укажите точку пересечения прямой MD с плоскостью ABC

- A) D      B) C      C) A      D) M

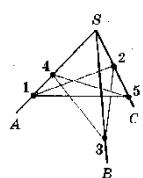
**A7** Укажите прямую пересечения плоскостей ABC и ABB<sub>1</sub>

- A) DB      B) DC      C) BC      D) AB

**A8** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой с. Выберите верную запись:

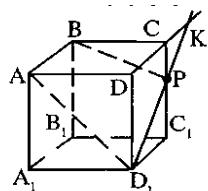
- A)  $\alpha \times \beta = c$       B)  $\alpha \cap \beta = c$       C)  $\alpha \parallel \beta = c$       D)  $\alpha \cap \beta = C$

**A9**



Туго натянутая нить закреплена в точках 1,2,3,4,5, расположенных на стержнях SA,SB,SC. Укажите количество точек в которых отрезки нити соприкасаются

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3



**A10** Как располагаются прямые AD<sub>1</sub> и D<sub>1</sub>C<sub>1</sub>?

- A) параллельны      B) пересекаются      C) перпендикулярны

**A11** Найдите угол между прямыми AD<sub>1</sub> и BB<sub>1</sub>

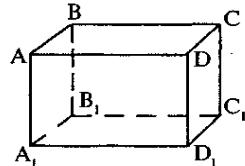
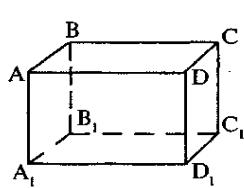
- A) 180°      B) 60 °      C) 90 °      D) 45 °

**A12** Найдите точку пересечения прямых DC и CC<sub>1</sub>

- A) D      B) C      C) A      D) K

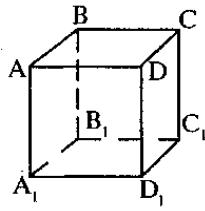
**A13** Найдите рёбра, параллельные грани ABB<sub>1</sub>A<sub>1</sub>

- A) AD, BC, A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>      B) AB, BC, A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>      C) DD<sub>1</sub>, CC<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, DC



**Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве**

**Часть 1.** Задание с выбором ответа (1 балл).



**A14** Укажите рёбра, перпендикулярные плоскости  $ABB_1$

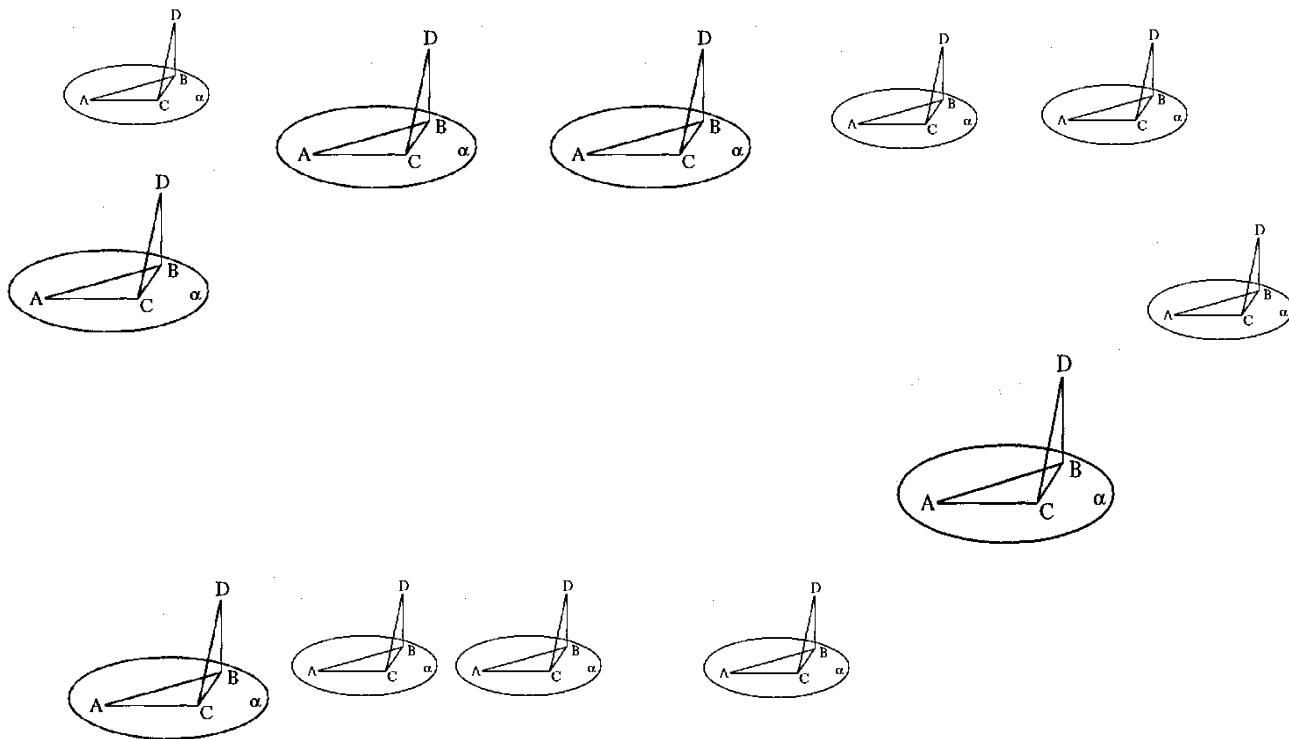
- A)  $DA, BC, CC_1, AB$     B)  $CB, DA, D_1A_1, C_1A_1$     C)  $DC, BC, DA, C_1B_1$

**A15** Выберите верное утверждение

- A)  $AD \parallel BA$     B)  $AB \perp D_1C_1$     C)  $DC \parallel BC$     D)  $DC \perp BC$

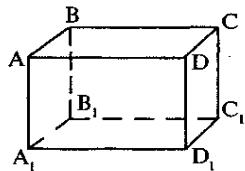
**A16** Как расположены друг к другу рёбра куба, выходящие из одной вершины?

- A) Перпендикулярны    B) Параллельны



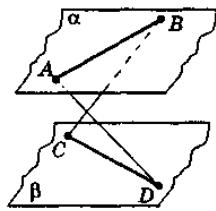
**A17** Отрезок  $BD$  перпендикулярен плоскости  $\alpha$ .  $CD$  является::

- A) Перпендикуляром    B) Наклонной    C) Проекцией наклонной



**A18** Укажите общий перпендикуляр для прямых  $AD$  и  $CC_1$

- A)  $DC$     B)  $CA$     C)  $DD_1$     D)  $BC$



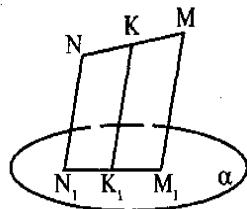
**A19** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Каково взаимное расположение прямых  $AD$  и  $BC$ ?

- А) Пересекаются      В) Скрещиваются

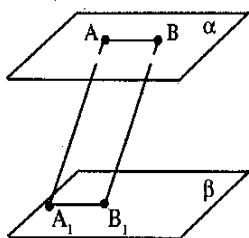
**A20** Прямые  $a$  и  $b$  параллельные и лежат в плоскости  $\alpha$ . Через каждую из этих прямых проведена плоскость, перпендикулярная  $\alpha$ . Каково взаимное расположение полученных плоскостей?

- А) Пересекаются      В) Скрещиваются  
С) Параллельны      Д) Совпадают

**Часть 2.** Задание с развёрнутым ответом (2 балла).



**B1** Через концы отрезка  $MN$  и его середину  $K$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $M_1$ ,  $N_1$  и  $K_1$ . Найдите длину отрезка  $KK_1$ , если отрезок  $MN$  не пересекает  $\alpha$  и  $MM_1 = 6$  см,  $NN_1 = 2$  см.

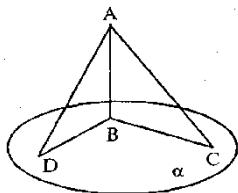


**B2** Даны две параллельные плоскости. Через точки  $A$  и  $B$  одной из плоскостей проведены две параллельные прямые до пересечения в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Найдите длину отрезка  $A_1B_1$  если  $AB = 10$  см.

**B3** Из точки  $M$  проведены к плоскости  $\alpha$  до пересечения в точках  $N$  и  $K$  два отрезка. Точки  $D$  и  $E$  – середины отрезков  $MN$  и  $MK$ . Найдите длину отрезка  $NK$ , если  $DE = 4$  см.

**B4** Через вершину острого угла прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  проведена прямая  $AD$ , перпендикулярная плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки  $D$  до вершины  $C$ , если  $AC = 6$  см;  $AD = 8$  см.

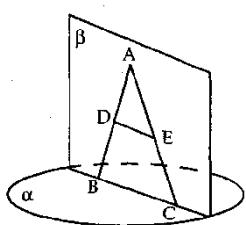
**B5** Наклонная равна 2 см. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если наклонная составляет с плоскостью угол равный  $45^\circ$ ?



**B6** Отрезки двух наклонных, проведённые из одной точки до пересечения с плоскостью, равны 15 и 20 см, проекция одного из отрезков равна 16 см. Найдите проекцию другого отрезка.

**B7** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Чему равен угол между плоскостью  $A_1B_1C_1D_1$  и плоскостью проходящей через прямые  $A_1B_1$  и  $CD$

**Часть 3.** Задание с развернутым ответом (3 балла).



**C1** Из точки А к плоскости  $\alpha$  проведены два отрезка  $AC$  и  $AB$ . Точка D принадлежит  $AB$ , точка E принадлежит  $AC$ .  $DE$  параллельна  $\alpha$  и равна 5 см. Найти длину отрезка  $BC$ , если  $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{3}$ .

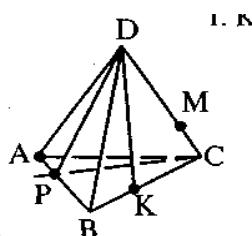
**C2** Из точки О пересечения диагоналей квадрата ABCD к его плоскости восстановлен перпендикуляр OM так, что  $\angle OBM = 60^\circ$ . Найдите косинус угла  $ABM$ .

**C3** Из точки А построены три взаимоперпендикулярных отрезка  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$ . Найдите длину отрезка  $CD$  если  $AC = a$ ,  $BC = b$ ,  $BD = c$

**C4** В кубе со стороной  $a$  найдите расстояние между прямыми  $BD_1$  и  $CC_1$ .

## ВАРИАНТ 2

**Часть 1.** Задание с выбором ответа (1 балл).



**A1** Какой плоскости не принадлежит точка B?

- A) PDB      B) ADC      C) APC      D) BDC

**A2** На каких плоскостях лежит прямая DA?

- A) ADC и ADB      B) ADB и ABC      C) ADB и DCB      D) DKB и DCA

**A3** В какой точке пересекаются прямая DK и плоскость ADB?

- A) P      B) K      C) A      D) D

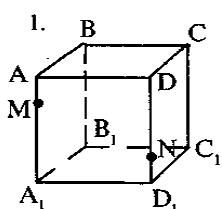
**A4** По какой прямой пересекаются плоскости ABC и ADB?

- A) DB      B) DC      C) AC      D) BA

**A5** Какие прямые лежат в плоскости BDA?

- A) DB, AC, DK, AB      B) KB, DA, DK, CP

- C) DP, DB, DA, BA      D) DB, DC, DK, CB



**A6** Укажите точку пересечения прямой NC<sub>1</sub> с плоскостью A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>

- A) D<sub>1</sub>      B) C<sub>1</sub>      C) A<sub>1</sub>      D) B<sub>1</sub>

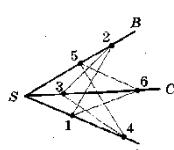
**A7** Укажите прямую пересечения плоскостей ABD и ADD<sub>1</sub>

- A) DB      B) BB<sub>1</sub>      C) BC      D) AD

**A8** Прямые a и b пересекаются в точке С. Выберите верную запись:

- A) a × b = c      B) a ∩ b = c      C) a ∥ b = c      D) a ∩ b = C

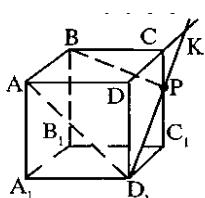
**A9**



Туга натянутая нить закреплена в точках 1,2,3,4,5, 6 расположенных на стержнях SA,SB,SC.

Укажите количество точек в которых отрезки нити соприкасаются

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3



**A10** Как располагаются прямые DD<sub>1</sub> и DC?

- A) параллельны      B) пересекаются      C) перпендикулярны

**A11** Найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC$

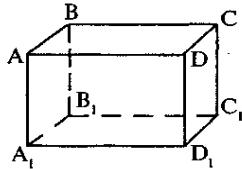
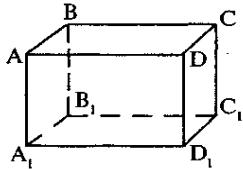
- А)  $180^\circ$       В)  $60^\circ$       С)  $90^\circ$       Д)  $45^\circ$

**A12** Найдите точку пересечения прямых  $DC$  и  $D_1P$

- А) D      Б) C      В) A      Г) K

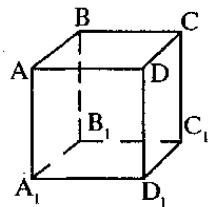
**A13** Найдите рёбра, параллельные грани  $ADD_1A_1$

- А) BC, CC<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>      Б) AB, BC, A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>      В) AD, BC, A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, AC



### Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве

**Часть 1.** Задание с выбором ответа (1 балл).



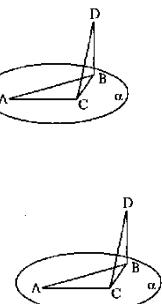
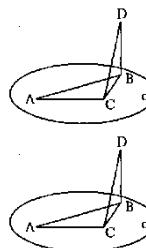
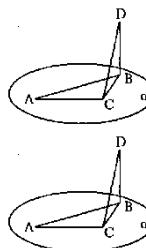
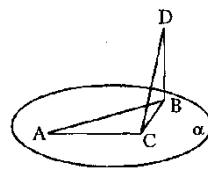
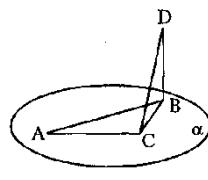
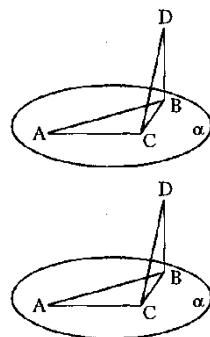
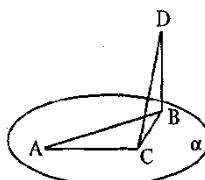
**A14** Укажите рёбра, перпендикулярные плоскости ABC

- А) DA, BC, CC<sub>1</sub>, AB      Б) CB, DD<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>A<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>A<sub>1</sub>      В) AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>, DD<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>C<sub>1</sub>

**A15** Выберите верное утверждение

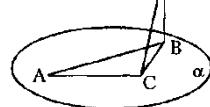
- А)  $AD \perp BA$       Б)  $AB \perp D_1C_1$       В)  $DC \parallel BB_1$       Г)  $DC \parallel BC$

**A16** Можно ли провести плоскость через четыре произвольные точки пространства?



**A17**

Отрезок BD



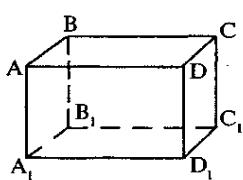
перпендикулярен плоскости  $\alpha$ . СВ является::

- А) Проекцией наклонной

Б) Перпендикуляром

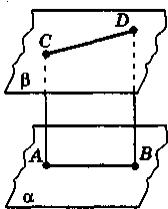
Г) Наклонной

Д)



**A18** Укажите общий перпендикуляр для прямых AB и CC<sub>1</sub>

- А) DC      Б) CA      В) DD<sub>1</sub>      Г) BC



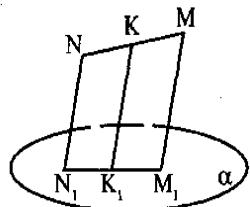
**A19** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Каково взаимное расположение прямых AC и BD?

- А) Параллельны      Б) Скрещиваются

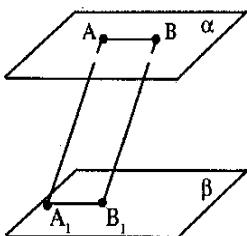
**A20** Прямые a и b скрещивающиеся. Через a проведена плоскость  $\alpha \parallel b$ . Через прямую b проведена плоскость  $\beta \parallel a$ . Каково взаимное расположение плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ ?

- А) Пересекаются      Б) Скрещиваются      В) Параллельны      Г) Совпадают

**Часть 2.** Задание с развернутым ответом (2 балла).



**B1** Через концы отрезка MN и его середину K проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $M_1$ ,  $N_1$  и  $K_1$ . Найдите длину отрезка  $KK_1$ , если отрезок MN не пересекает  $\alpha$  и  $MM_1 = 12\text{ см}$ ,  $NN_1 = 4 \text{ см}$ .

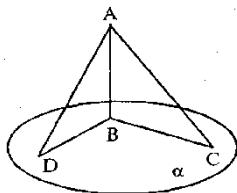


**B2** Даны две параллельные плоскости. Через точки А и В одной из плоскостей проведены две параллельные прямые до пересечения в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Найдите длину отрезка  $AA_1$  если  $BB_1 = 16 \text{ см}$ .

**B3** Из точки М проведены к плоскости  $\alpha$  до пересечения в точках N и K два отрезка. Точки D и E – середины отрезков MN и MK. Найдите длину отрезка DE, если  $NK = 4 \text{ см}$ .

**B4** Через вершину острого угла прямоугольного треугольника ABC с прямым углом С проведена прямая AD, перпендикулярная плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до вершины C, если  $AC = 3 \text{ см}$ ;  $AD = 4 \text{ см}$ .

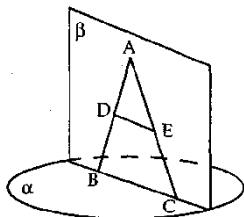
**B5** Наклонная равна 2 см. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если наклонная составляет с плоскостью угол равный  $60^\circ$ ?



**B6** Отрезки двух наклонных, проведённые из одной точки до пересечения с плоскостью, равны 7 и 10 см, проекция одного из отрезков равна 8 см. Найдите проекцию другого отрезка.

**B7** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Чему равен угол между плоскостью  $A_1B_1C_1D_1$  и плоскостью проходящей через прямые  $AB$  и  $C_1D_1$ .

**Часть 3.** Задание с развернутым ответом (3 балла).



**C1** Из точки А к плоскости  $\alpha$  проведены два отрезка  $AC$  и  $AB$ . Точка D принадлежит  $AB$ , точка E принадлежит  $AC$ .  $DE$  параллельна  $\alpha$  и равна 5 см. Найти длину отрезка  $BC$ ,

$$\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}.$$

если

**C2** Из точки О пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  к его плоскости восстановлен перпендикуляр  $OM$  так, что  $\angle OBM = 30^\circ$ . Найдите косинус угла  $ABM$ .

**C3** Из точки А построены три взаимно перпендикулярных отрезка  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$ . Найдите длину отрезка  $BD$  если  $AC = a$ ,  $BC = b$ ,  $CD = c$

**C4** В кубе со стороной  $a$  найдите расстояние между прямыми  $B_1D$  и  $AA_1$ .

Ответы

	<b>ВАРИАНТ 1</b>	<b>ВАРИАНТ 2</b>
A 1	Д	В
A 2	С	А
A 3	А	Д
A 4	С	Д
A 5	Д	С
A 6	А	В
A 7	Д	Д

A 8	B	D
A 9	B	D
A 10	C	C
A 11	D	C
A 12	B	D
A 13	C	A
A 14	C	C
A 15	D	D
A 16	A	B
A 17	B	C
A 18	A	D
A 19	B	B
A 20	C	C
B 1	4 см	8 см
B 2	10 см	16 см
B 3	8 см	2 см
B 4	10 см	5 см
B 5	$\sqrt{2}$ см	1 см
B 6	9 см	$\sqrt{13}$ см
B 7	$45^\circ$	$45^\circ$
C 1	20 см	12,5 см
C 2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$
C 3	$\sqrt{2a^2 + c^2 - b^2}$	$\sqrt{c^2 + b^2 - 2a^2}$
C 4	$a^2 \frac{\sqrt{2}}{2}$	$a^2 \frac{\sqrt{2}}{2}$

2.6. Контрольная работа № 5 проводится для оценки знаний З 1 - 35, умений У1 - У5, (промежуточный контроль за 1 семестр).

Рубежный контроль знаний обучающихся - процедура, проводимая с целью оценки степени усвоения обучающимися содержания учебной дисциплины, учебного материала, сформированности компетентностей обучающихся по предметам базисного учебного плана в соответствии с государственным общеобразовательным стандартом за длительный период времени: по итогам семестра.

Количество вариантов – 2

За каждый правильно выполненное задание начисляется – 1 балл.

Максимальное количество баллов – 10

Шкала перевода оценок.

Менее 8	2 (неудовлетворительно)
8 балла	3 (удовлетворительно)
9 балла	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

Время на выполнение данной работы – 90 минут

### ВАРИАНТ 1

1. Вычислить  $(1 - i)^2$
2. Найти частное  $\frac{z_1}{z_2}$ , если  $z_1 = -2 + 3i$ .  $z_2 = 3 - 5i$
3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 6y + 5z = 0 \\ x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$
4. Найдите значение логарифма  $\log_{\sqrt{6}} 7776$
5. Решить уравнение  $\lg(x - 3) + \lg(x - 2) = 1 - \lg 5$
6. Найти решение неравенства  $\log_x(3x - 10) > 0$
7. Решить уравнение  $2^{x^2-7x+12} = 1$
8. Решить неравенство  $\frac{1^{x^2-5x+8}}{3} < \frac{1}{9}$
9. Решить систему  $\begin{cases} \log_y x - 3 \log_x y = 2 \\ \log_2 x = 4 - \log_2 y \end{cases}$
10. Выяснить взаимное расположение прямой, заданной точкой  $M_0(0; 5; -1)$  и направляющим вектором  $\bar{p}(3; -2; 4)$ , и плоскости  $2x - 3y - 3z + 12 = 0$

### ВАРИАНТ 2

1. Вычислить  $(1 + i)^4$
2. Найти частное  $\frac{-2+i}{1-i}$
3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 4x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$
4. Найдите значение логарифма  $\log_{\frac{10}{3}} 0,0081$
5. Решить уравнение  $\log_{7x} 2 + \log_{7x} 4 + \log_{7x} 5 = \log_{7x}(x + 33)$
6. Найти решение неравенства  $\log_{\frac{1}{2}} \log_3(x + 1) \geq 0$
7. Решить уравнение  $2^{x-2} = 5^{2-x}$
8. Решить неравенство  $(x + 3)^{x^2-5x+6} > 1$

9. Решить систему  $\begin{cases} y - x = 9 \\ \lg x - \lg y = -1 \end{cases}$

10. Точка  $P(2, -1, -1)$  служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

Ответы:

№ п/п	ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
1	$-2i$	$-4$
2	$-\frac{21}{34} - i\frac{1}{34}$	$-\frac{3}{2} - \frac{i}{2}$
3	Бесконечное множество решений	$(1; 2; \frac{42}{14})$
4	10	- 4
5	4	7
6	$x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$	$x \in (0; 2]$
7	3; 4	$\frac{7}{6}$
8	$-\infty < x < 2$ или $3 < x < \infty$	$-2 < x < 2$ или $3 < x < \infty$
9	(8; 2)	(1; 10)
10	Прямая лежит в плоскости	$5x - 3z = 0$

2.7. Контрольная работа № 6 по теме: «Основы тригонометрии» для оценки знаний 36, умений У6, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

В данной контрольной работе – 2 варианта.

В каждом варианте – 10 заданий.

За каждый правильно выполненное задание начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 10

Шкала перевода оценок.

Менее 7	2 (неудовлетворительно)
8 баллов	3 (удовлетворительно)
9 баллов	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

Время на выполнение данной работы – 90 минут.

### ВАРИАНТ 1

- Найдите градусную меру дуг 1)  $\frac{5\pi}{36}$ ; 2)  $\frac{7\pi}{12}$ ; 3)  $\frac{11\pi}{18}$
- Вычислить  $\cos(-\pi) \cdot \sin(-\frac{\pi}{2}) \cdot \sin(-\frac{3\pi}{2})$
- Доказать тождества  $(\operatorname{ctg} \alpha + 1)^2 + (\operatorname{ctg} \alpha - 1)^2 = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$
- Вычислить не пользуясь таблицами  $\cos 19^\circ 30' \cdot \cos 25^\circ 30' - \sin 19^\circ 30' \cdot \sin 25^\circ 30'$
- Вычислить  $\sin 2 \alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$
- Найти числовое значение выражения  $1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{12}$
- Вычислить  $\sin 105^\circ - \sin 75^\circ$
- Вычислить  $\frac{\sqrt{3}(\cos 75^\circ - \cos 15^\circ)}{1 - 2\sin^2 15^\circ}$
- Найдите корни уравнения  $\cos(4x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  принадлежащие промежутку  $[-\pi; \pi]$
- Решить неравенство  $\cos x \leq 0,2$

### ВАРИАНТ 2

- Найдите градусную меру дуг 1)  $\frac{5\pi}{9}$ ; 2)  $\frac{11\pi}{20}$ ; 3)  $\frac{13\pi}{30}$
- Вычислить  $2\cos(-\pi) \cdot \cos(-2\pi) \cdot \sin(-\frac{3\pi}{2})$
- Доказать тождества  $\cos \alpha + \sin \alpha - \frac{1}{\cos \alpha} = 0$
- Вычислить не пользуясь таблицами  $\cos \frac{8\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{7}$
- Вычислить  $\sin 2 \alpha$ , если  $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{3}$
- Найти числовое значение выражения  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cos^2 15^\circ$
- Вычислить  $\cos \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12}$
- Вычислить  $\frac{2\cos^2 \pi/8 - 1}{1 + 8\sin^2 \pi/8 \cdot \cos^2 \pi/8}$
- Найдите корни уравнения  $\sin(\frac{4x}{3} + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$  принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi]$
- Решить неравенство  $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	$25^\circ; 105^\circ; 110^\circ;$	$100^\circ; 99^\circ; 78^\circ;$
2	1	- 2
3		
4	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
5	$-\frac{3}{4}$	$\frac{8}{9}$
6	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
7	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
8	$-\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
9	1) $x = -\frac{7\pi}{8}; -\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}$ 2) $x = -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$	$\left\{-\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi k}{2}; -\frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi n}{2}\right\}$

		$x = -\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4};$
10	$(arcoss 0.2 + 2\pi n; 2\pi - arcoss 0.2 + 2\pi n. n \in Z)$	$\left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n\right) n \in Z$

2.8. Контрольная работа № 7 по теме: « Начала математического анализа » для оценки знаний 37, умений У7, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

В данной контрольной работе – 2 варианта.

В каждом варианте – 10 заданий.

За каждый правильно выполненное задание начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 10

Шкала перевода оценок.

Менее 7	2 (неудовлетворительно)
8 баллов	3 (удовлетворительно)
9 баллов	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

Время на выполнение данной работы – 90 минут.

### ВАРИАНТ 1

- Является ли данная последовательность ограниченной  $x_n = 3n - 1$
- Вычислить производную  $f(x) = (2x + 1)(x^2 + 3x - 1)$
- Вычислить производную  $f(x) = \frac{1-2x}{1+2x^2}$
- Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ , если:  

$$f(x) = (2x^2 - 4)^6, \quad x_0 = -1$$
- Найти производную сложной функции  $f(x) = 4\sin^5 x$
- Составить уравнение касательной, проведённой к графику функции  $f(x) = -x^2 - 4$  параллельно прямой  $y = -2x + 6$
- Найти промежутки монотонности функции  $y = 2x^2 - 5x + 3$
- Тело массой 100 кг движется прямолинейно по закону  $s = 5t^2 - 2$ . Найдите кинетическую энергию тела через 2с после начала движения.
- Исследовать на экстремум с помощью второй производной  $f(x) = x^2 - 2x - 3$
- Найти точки перегиба кривой  $f(x) = 6x^2 - x^3$

### ВАРИАНТ 2.

- Является ли данная последовательность ограниченной  $x_n = \frac{1}{n^2}$
- Вычислить производную  $f(x) = (3x^2 + 1)(2x^2 + 3)$
- Вычислить производную  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$
- Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ , если:

$$f(x) = 2\cos^2 x - 1, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

- Найти производную сложной функции  $f(x) = 5 \operatorname{tg}^4 x$
- Составить уравнение касательной функции  $f(x) = x^2 - 3x$

в точке с абсциссой  $x_0 = 1$

- Найти промежутки монотонности функции  $f(x) = -\frac{3}{x}$
- Точка движется прямолинейно по закону  $s = t^2 + 5t + 1$ . В какой момент времени скорость точки окажется равной нулю?
- Исследовать на экстремум с помощью второй производной

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$$

- Найти точки перегиба кривой  $f(x) = x^3 - 2x$

#### Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	нет	да
2	$6x^2 + 14x + 1$	$24x^3 + 22x$
3	$\frac{4x^2 - 4x - 2}{(1 + 2x^2)^2}$	$\frac{-x - 1}{2\sqrt{x}(x - 1)^2}$
4	768	0
5	$20\sin^4 \cdot \cos x$	$\frac{20\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x}$
6	$y = -2x + 5$	$y = -x - 1$
7	Убывает при $x \in (-\infty; 1.25]$ И возрастает при $x \in [1.25; \infty)$ $x_{min} = 1.25$	Функция убывает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$
8	20 000 Дж	4 с
9	$f_{min} = (1) = -4$	$f_{max} = (2) = 8$ $f_{min} = (4) = 4$
10	(2; 16)	(0; 0)

2.9. Контрольная работа № 8 по теме: « Интеграл и его применение» для оценки знаний 38, умений У8, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

В данной контрольной работе – 2 варианта.

В каждом варианте – 10 заданий.

За каждый правильно выполненное задание начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 10

Время на выполнение работы – 90 минут

Шкала перевода оценок.

Менее 7	2 (неудовлетворительно)
8 баллов	3 (удовлетворительно)
9 баллов	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

## ВАРИАНТ 1

1. Найдите функцию  $f(x)$ , для которой  $F(x) = \sqrt{3x+1}$  первообразной на  $(-\frac{1}{3}; +\infty)$

2. Найдите первообразную  $F$  для функции  $f(x)=x^4$  на  $(-\infty; +\infty)$ , график которой проходит через точку  $M(-1;0,8)$

3. Найдите общий вид первообразной для  $f(x) = 2x^2 + \frac{3}{x^4} + \sqrt{x} + 2$

на  $(0; +\infty)$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$  и  $x + y = 6$

6. Найдите  $\int_1^2 \left( \frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^3} \right) dx$

7. Вычислите  $\int_0^\pi (1 + \sin^2 x) dx$

8. Используя геометрический смысл интеграла, найдите  $\int_{-3}^4 |x| - 2| dx$

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$

10. Найдите путь, пройденный точкой за промежуток времени от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = 4$ , если зависимость скорости тела  $v$  от времени  $t$  описывается уравнением  $v(x) = 3t^2 - 2t$  ( $t$  - в секундах,  $v$  - в м/с).

## ВАРИАНТ 2

1. Найдите функцию  $f(x)$ , для которой  $F(x) = \cos 3x - \cos \pi$  первообразной на  $(-\infty; +\infty)$

2. Найдите первообразную  $F$  для функции  $f(x)=x^2$  на  $(-\infty; +\infty)$ , график которой проходит через точку  $M(-1;3)$

3. Найдите общий вид первообразной для  $f(x) = \frac{3}{\sin^2 x} + 4 \cos x$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $x + y = 6$ ,  $y = 0$
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2\sin x$ ,  $y = -\sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$
6. Вычислите интеграл  $\int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$
7. Вычислите  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^2 3x}$
8. Используя геометрический смысл интеграла, найдите  $\int_{-4}^5 |x| - 3| dx$
9. Найдите площадь фигуры, которая ограничена графиком функции  $y = \sqrt{x+2}$  касательной к нему в точке с абсциссой  $x_0=2$  и прямой  $y=0$ .
10. Найдите закон движения точки, если скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v(t) = 3t^2 - 2t$ .

ОТВЕТЫ:

№ П/П	ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
1	$\frac{3}{2\sqrt{3x-1}}$	$-3 \sin 3x$
2	$\frac{x^5}{5} + 1$	$\frac{x^3}{3} + 3\frac{1}{3}$
3	$\frac{2x^3}{3} - x^{-3} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + 2x + C$	$-3ctg x + 4 \sin x + C$
4	$4\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$
5	$10\frac{5}{6}$	6
6	$\frac{5}{12}$	$24\frac{17}{30}$
7	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{1}{3}$
8	6,5	11,5
9	0.5	$2\frac{2}{3}$
10	48	$t^3 - t^2 + C$

2.10. Контрольная работа № 9 по теме: « Многогранники и круглые тела» для оценки знаний 39, умений У9, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

В данной контрольной работе – 2 варианта.

В каждом варианте – 10 заданий.

За каждый правильно выполненное задание начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 10

Время на выполнение работы – 90 минут

Шкала перевода оценок.

Менее 7	2 (неудовлетворительно)
8 баллов	3 (удовлетворительно)
9 баллов	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

## ВАРИАНТ 1

1. Какое из ниже предложенных определений – определение призмы?

а) ... называется тело, которое состоит из двух кругов не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов;

б) ... называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников;

в) ... называется тело, которое состоит из круга – основания, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания;

г) ... называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания, точки, не лежащей в плоскости основания, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания.

2. Многоугольник называется выпуклым, если...

3. Из каких элементов состоит цилиндр, выберите верный ответ из числа предложенных

а) основание, апофема, образующие; б) основание, вершина, грани, высота;

в) грани, два основания, диагональ; г) два основания, образующие, высота.

4. Изобразите на рисунке четырехугольную призму. Назовите ее основания, боковую поверхность, боковые грани и ребра. Какими геометрическими фигурами они являются?

5. Ребро куба равно 12 см. Чему равен его периметр?

а) 24 (см.); б) 48 (см.); в) 120 (см.); г) 144 (см.).

6. Сколько осевых сечений можно провести в прямом цилиндре?

а) одно; б) два; в) много; г) у прямого цилиндра нет осевых сечений

7. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям 1; 2; 2

а) 3; б) 81; в) 29; г) 7.

8 . Какую величину необходимо найти, чтобы узнать какое количество черепицы потребуется для ремонта крыши дома, имеющую вид пирамиды? (обосновать свой выбор)  
а) периметр;        б) объём;        в) площадь полной поверхности;  
г) площадь боковой поверхности.

9. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если известны три его измерения 0,5; 3; 8.  
а) 7;        б) 112;        в) 12;        г) 24

10. Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус основания цилиндра увеличится в 2 раза, а высота останется прежней?  
а) увеличится в 4 раза;        б) уменьшится в 4 раза;  
в) уменьшится в 2 раза;        г) увеличится в 2 раза.

## ВАРИАНТ 2

1. Какое из ниже предложенных определений – определение цилиндра?
- а) ... называется тело, которое состоит из двух кругов не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов;
- б) ... называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников;
- в) ... называется тело, которое состоит из круга – основания, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания;
- г) ... называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания, точки, не лежащей в плоскости основания, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания.

2. Многогранник называется выпуклым, если ...

3. Из каких элементов состоит призма, выберите верный ответ из числа предложенных

а) основание, апофема, образующие;

б) два основания, вершина, ребра, апофема;

в) грани, ребра, два основания, вершины;

г) основание, образующие, высота.

4. Изобразите на рисунке пятиугольную пирамиду. Назовите ее основания, боковую поверхность, боковые грани и ребра. Какими геометрическими фигурами они являются?

5. Ребро куба равно 11 дм. Чему равен его периметр?

а) 330 (дм.);      б) 132 (дм.);      в) 165 (дм.);      г) 133 (дм.).

6. Сколько диагональных сечений можно провести в шестиугольной призме?

а) 2;      б) 9;      в) 6;      г) 7.

7. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям 2; 3; 6.

а) 3;      б) 81;      в) 29;      г) 7.

8. Какую величину необходимо найти, чтобы узнать какое количество краски потребуется чтобы полностью покрасить бак, имеющий вид параллелепипеда? (обосновать свой выбор)

- а) периметр;      б) объём;
- в) площадь полной поверхности;
- г) площадь боковой поверхности.

9. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если известны три его измерения 7; 13; 4.

а) 364;      б) 133;      в) 64;      г) 24.

10. Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если высота цилиндра увеличится в 2 раза, а радиус основания останется прежним?

- а) увеличится в 4 раза;      б) уменьшится в 4 раза;
- в) уменьшится в 2 раза;      г) увеличится в 2 раза.

Ответы:

№ п/п	ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
1	В	А
2	он лежит в одной полуплоскости относительно любой прямой, содержащей его сторону	он расположен по одну сторону от плоскости любой его грани
3	Г	В
4	Основаниями являются четырехугольники	основанием является пятиугольник
5	Г	Б
6	В	Б
7	А	Г
8	Г	В
9	В	А
10	Г	Г

2.11. Контрольная работа № 10 по теме: «Комбинаторика» для оценки знаний 310, умений У10, (рубежный контроль).

Данная контрольная работа проводиться с целью осуществления контроля обучения, систематизацию знаний, выявить уровень усвоения материала, сформированность умений и навыков.

В данной контрольной работе – 2 варианта.

В каждом варианте – 10 заданий.

За каждый правильно выполненное задание начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 10

Время на выполнение работы – 90 минут

Шкала перевода оценок.

Менее 7	2 (неудовлетворительно)
8 баллов	3 (удовлетворительно)
9 баллов	4 (хорошо)
10 баллов	5 (отлично)

### **ВАРИАНТ 1**

№ 1 При окончании деловой встречи специалисты обменялись визитными карточками.

Сколько всего визитных карточек перешло из рук в руки, если во встрече участвовали 6 специалистов?

№ 2 В хоровом кружке занимаются 9 человек. Необходимо выбрать двух солистов. Сколькими способами это можно сделать?

№ 3 Пятеро друзей сыграли между собой по одной партии в шахматы. Сколько всего партий было сыграно?

№ 4 Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать две кости так, чтобы их можно было приложить друг к другу (то есть чтобы какое-то число очков встречалось на обеих костях)?

№ 5 В 9 классе учатся 7 учащихся, в 10 - 9 учащихся, а в 11 - 8 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить двух учащихся из 9 класса, трех – из 10, и одного – из 11 . Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке?

№ 6 Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

№ 7 В соревновании участвуют 12 команд. Сколько существует вариантов распределения призовых (1, 2, 3) мест

№ 8 Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 при условии, что в записи числа каждая цифра используется только один раз?

№ 9 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?

№ 10 Сколькоими способами можно переставить буквы слова «опоссум» так, чтобы буква «п» шла непосредственно после буквы «о»?

## ВАРИАНТ 2

№1 При встрече каждый из друзей пожал другому руку. Сколько всего было рукопожатий, если встретились 6 друзей?

№ 2 В спортивной команде 9 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькоими способами это можно сделать?

№ 3 В понедельник в пятом классе 5 уроков: музыка, математика, русский язык, литература и история. Сколько различных способов составления расписания на понедельник существует?

№ 4 «Из Киева до Чернигова можно добраться пароходом, поездом, автобусом, самолетом; из Чернигова до Новгорода-Северского – пароходом и автобусом. Сколькоими способами можно осуществить путешествие по маршруту Киев–Чернигов–Новгород-Северский?»

№ 5 Девятиклассники Женя, Сережа, Коля, Наташа и Оля побежали на перемене к теннисному столу, за которым уже шла игра. Сколькоими способами подбежавшие к столу пятеро девятиклассников могут занять очередь для игры в настольный теннис?

№ 6 Сколькоими способами можно выложить в ряд красный, черный, синий и зеленый шарики?

№ 7 На соревнованиях по лёгкой атлетике нашу школу представляла команда из 10 спортсменов. Сколькоими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете  $4 \times 100$  м на первом, втором, третьем и четвёртом этапах?

№ 8 Сколькоими способами из 7 человек можно выбрать комиссию, состоящую из 3 человек?

№ 9 Сколькоими способами четверо юношей могут пригласить четырех из шести девушек на танец?

№ 10 Сколькоими способами могут быть расставлены 5 участниц финального забега на 5-ти беговых дорожках?

Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	30	15
2	36	72
3	10	120
4	147	8 способов
5	14 112	120
6	210	24
7	1320	5040

8	504	35
9	6	360
10	360	120

2.12. Контрольная работа № 11 для оценки знаний 311, умений У11, (рубежный контроль).

Рубежный контроль знаний обучающихся - процедура, проводимая с целью оценки степени усвоения обучающимися содержания учебной дисциплины, учебного материала, сформированности компетентностей обучающихся по предметам базисного учебного плана в соответствии с государственным общеобразовательным стандартом за длительный период времени: по итогам семестра.

В данной контрольной работе – 2 варианта.

В каждом варианте – 14 заданий.

За каждый правильно выполненное задание начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 14

Время на выполнение работы – 90 минут

Шкала перевода оценок.

Менее 9	2 (неудовлетворительно)
9 – 10 баллов	3 (удовлетворительно)
11 – 12 баллов	4 (хорошо)
13 – 14 баллов	5 (отлично)

### ВАРИАНТ 1

1. Упростить  $\operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha$
2. Решить тригонометрическое уравнение  $3 \sin 2x - 3 = 0$
3. Решить тригонометрическое неравенство  $3 \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) < \sqrt{3}$
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x+2}{2x+3}$
5. Вычислить производную  $y = \frac{1}{2x^2}$
6. Исследовать функцию на экстремум с помощью второй производной  $f(x) = x^2 - 2x - 3$
7. Найти одну из первообразных функции  $5x^4 + 2x^3$
8. Найти интеграл  $\int 4(x^2 - x + 3) dx$
9. Вычислить определенный интеграл  $\int_{-2}^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) dx$
10. В треугольной усеченной пирамиде с высотой, равной 10, стороны одного из оснований равны 27, 29 и 52. Определите объем усеченной пирамиды, если периметр другого основания равен 72.
11. Радиус основания конуса равен 6, а его высота равна 8. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 4. Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

12. В основании треугольной пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 3. Найдите объем пирамиды, если её высота равна 9.
13. Сколько способами можно рассадить 5 человек за столом?
14. В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины?

### ВАРИАНТ 2.

1. Упростить  $\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - \cos^2 \alpha$
2. Решить тригонометрическое уравнение  $\cos 3x = -3$
3. Решить тригонометрическое неравенство  $3 \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{6} + \frac{x}{2} \right) \leq \sqrt{3}$
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$
5. Вычислить производную  $y = 3x^{2/3}\sqrt[3]{x}$
6. Исследовать функцию на экстремум с помощью второй производной  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$
7. Найти одну из первообразных функции  $6x^2 - 4x + 3$
8. Найти интеграл  $\int 2(3x - 1)^2 dx$
9. Вычислить определенный интеграл  $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$
10. В треугольной усеченной пирамиде через сторону верхнего основания проведена плоскость параллельно противоположному боковому ребру. В каком отношении разделился объем усеченной пирамиды, если соответственные стороны оснований относятся как 1 : 2?
11. Радиус основания конуса с вершиной S равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки M и N, делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как 1:5. Найдите площадь сечения конуса плоскостью SMN.
12. Объем конуса равен 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту конуса пополам. Найдите объем отсеченного конуса.
13. В ящике находится 15 деталей. Сколько способами можно взять 4 детали?
14. Найти вероятность того, что в 8-значном числе ровно 4 цифры совпадают, а остальные различны.

#### Ответы

№	Вариант 1	Вариант 2
1	$-\cos^2 \alpha$	1
2	решений нет	решений нет
3	$\frac{\pi}{3} + 2\pi_n < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi_n$	$\left[ \frac{\pi}{3} + 2\pi_n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi_n \right]$
4	2	2
5	$-\frac{1}{3x\sqrt[3]{x^2}}$	$7x^{3/2}\sqrt[3]{x}$
6	$f_{min} = f(1) = -4$	$f_{min} = f(4) = 4$
7	$x^5 + \frac{x^4}{2}$	$2x^3 - 2x^2 + 3x$
8	$\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 12x + C$	$\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + C$

9	40	$-\frac{5}{4}$
10	270	3:4
11	$\frac{8}{\sqrt{3}}$	$18\sqrt{2}$
12	18	1,5
13	120	1365
14	0,12	0,021168

**Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации  
по учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа;  
геометрия»**

Предметом оценки являются умения и знания. Контроль и оценка осуществляются с использованием экзаменационной контрольной работы.

**I. ПАСПОРТ**

**Назначение:**

КОС предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» по специальности СПО:

40.02.01 Право и организация социального обеспечения

Уровень подготовки по специальности: технический

**Умения**

У 1 – выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения.

У 2 – находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах.

У 3 – находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

У 4 – описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении.

У 5 – строить точки; вычислять длину вектора; вычислять координаты вектора; вычислять угол между векторами; метод координат в пространстве; вычислять скалярное произведение векторов.

У 6 - строить графики тригонометрических функций; преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы; решать простейшие тригонометрические уравнения; решать несложные тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

У 7 - дифференцировать функции, используя таблицу и правила вычисления производных; вычислять значение производной функции в указанной точке; находить угловой коэффициент касательной, составлять уравнение касательной к графику функции в указанной точке; применять производную для нахождения промежутков монотонности и экстремумов функции; находить производную второго порядка, применять вторую производную для исследования функции; находить наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке; решать несложные прикладные задачи на нахождение наибольших и наименьших значений реальных величин; вычислять первообразные элементарных функций с помощью таблиц и правил; вычислять первообразную, удовлетворяющую заданным начальным условиям;

У 8 - вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница; находить площади криволинейных трапеций.

У 9 – изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды; находить объем прямой призмы, параллелепипеда, пирамиды; находить площади поверхностей призмы, параллелепипеда, пирамиды; изображать и вычислять основные элементы прямого кругового цилиндра, конуса, шара; вычислять площади осевых сечений тел вращения; находить объемы цилиндра, конуса, шара; находить площади поверхностей цилиндра, конуса, шара.

У 10 - решать задачи на подсчет числа перестановок, размещений и сочетаний; решать задачи на перебор вариантов.

У 11 – оценивать по относительной частоте событие и его вероятность; вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов; представлять с помощью таблиц, диаграмм и графиков частотное распределение данных; находить моду, медиану, размах, среднее арифметическое совокупности числовых данных.

### **Знания**

З 1 - определение действительного числа; понятие абсолютной и относительной погрешности приближений; комплексные числа в алгебраической форме и операции над ними.

3 2 - понятие равносильности уравнений, неравенств, систем; основные способы решения рациональных, показательных, логарифмических, простейших иррациональных и тригонометрических уравнений; основные способы решения рациональных, показательных, логарифмических неравенств;

3 3 - понятие корня натуральной степени; понятие степени с действительным показателем и ее свойства; способы решения иррациональных уравнений; определение логарифма числа, свойства логарифма; свойства и графики показательной и логарифмической функций; способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

3 4 - основные понятия стереометрии; аксиомы стереометрии и следствия из них; виды взаимного расположения двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей в пространстве, способы задания плоскости в пространстве; основные теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей (без доказательства); понятие угла между прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями; понятие расстояния от точки до прямой и до плоскости, расстояния между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояния между параллельными плоскостями.

3 5 – понятие прямоугольной декартовой системы координат в пространстве; формулы расстояния между точками с заданными координатами и координаты середины отрезка; уравнение сферы; определение вектора, действий над векторами; свойства действий над векторами; понятие коллинеарных и компланарных векторов.

3 6 - определение радиана, формулы перевода градусной меры угла в радианную и обратно; определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа; основные формулы тригонометрии, перечисленные в программе курса; свойства и графики тригонометрических функций; понятие обратных тригонометрических функций; способы решения простейших тригонометрических уравнений.

3 7 – определение числовой последовательности; понятие производной, ее геометрический и физический смысл; правила и формулы дифференцирования функций, перечисленных в программе дисциплины; уравнение касательной к графику функции в указанной точке, понятие углового коэффициента прямой; достаточные признаки возрастания и убывания функции, существования экстремумов; определение второй производной, ее физический смысл; общую схему исследования функций и построения графиков с помощью производной; правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке;

3 8 – определение первообразной; таблицу и правила вычисления первообразных; понятие определенного интеграла, его геометрический смысл; понятие криволинейной трапеции, способ вычисления площади криволинейной трапеции с помощью первообразной.

3 9 – понятие многогранника, его поверхности, понятие правильного многогранника; определение призмы, параллелепипеда; виды призм; определение пирамиды, правильной пирамиды; понятие тела вращения и поверхности вращения; определение цилиндра, конуса, шара, сферы; понятие объема и площади поверхности многогранника; формулы для вычисления объемов и площадей поверхностей многогранников; формулы для вычисления объемов и площадей поверхностей тел вращения;

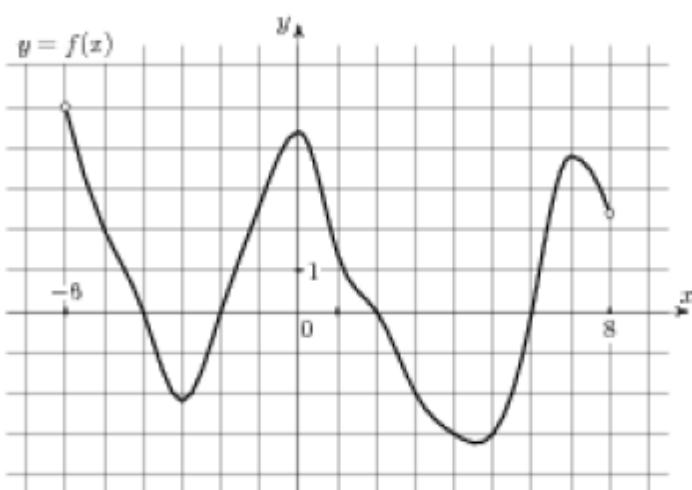
3 10 – основные понятия комбинаторики; формулы для вычисления числа перестановок, размещений, сочетаний.

3 11 - основные понятия статистики (мода, медиана, размах, среднее арифметическое, частота); классическое и статистическое определение вероятности.

## II. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ. Вариант № 1

### Обязательная часть

1. Найдите корень уравнения  $3^{2-2x} = 81$ .
2. Найдите значение выражения  $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$ .
3. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?
4. На рисунке (см. ниже) изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ .



№7 При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \leq 0$

8. Найдите значение  $\sin \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$  и  $\alpha \in I$  четверти.

9. Решить уравнение  $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ .

10. Решите уравнение  $\log_5(5 - 5x) = 2\log_5 2$ .

11. Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия указаны в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за $1\text{м}^3$ )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
A	3500	9900	-
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

12. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  боковая сторона  $AB$  равна 8, а

$\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите высоту, проведенную к основанию.

13. Найдите значение выражения  $4^{\sqrt{6}+10} \cdot 4^{-6-\sqrt{6}}$ .

14. Найдите корень уравнения  $x = \frac{8x+36}{x+13}$ .

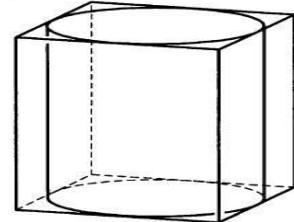
15. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Объем параллелепипеда равен

16. Найдите высоту цилиндра.

16. Тело движется по закону  $S(t) = x^2 - 4x + 3$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 4.

17. Решить уравнение  $\sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0$

18. Решите неравенство  $\frac{1}{5^x} \geq 0,04$



### Дополнительная часть

19. Найдите наибольшее значение функции  $y = 12\sqrt{2} \cos x + 12x - 3\pi + 9$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

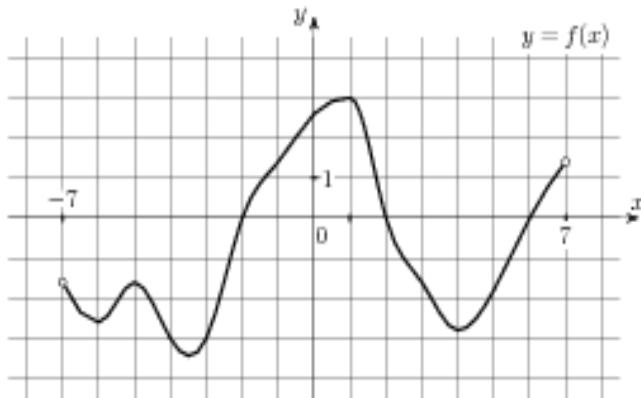
20. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ \log_{12} 3x = \log_{12}(y + 1) \end{cases}$

21. Равнобочная трапеция с основаниями 10 см и 18 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
22. Найдите решение уравнения  $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ. Вариант № 2**

**Обязательная часть**

1. Найдите корень уравнения  $2^{1-x} = 16$
2. Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}$
3. Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 25 %.
4. На рисунке (см. ниже) изображен график функции,  $y = f(x)$  определенной на интервале  $(-7; 7)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ .
7. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \leq 0$ .



8. Найдите значение  $\cos \alpha$ , если известно, что  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in \text{I четверти}$ .
9. Решить уравнение  $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right) = 1$
10. Решите уравнение  $\log_3 (2 - 2x) = 2 \log_3 4$ .
11. Строительной фирме нужно приобрести 79 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Сколько придётся заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (в руб.)	Дополнительные условия
A	2650	4400	-

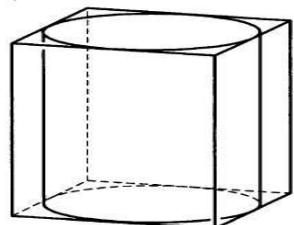
Б	3200	5400	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатна
В	2680	3400	При заказе более 80 м <sup>3</sup> доставка бесплатна

12. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 6$ ,  $\cos A = \frac{3}{5}$ . Найдите высоту  $CH$ .

13. Найдите значение выражения  $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$

14. Найдите корень уравнения  $x = \frac{7x-6}{x+2}$

15. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем



параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.

16. Тело движется по закону  $S(t) = 2x^2 - x + 1$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 7.

17. Решить уравнение  $\sin^2 x - 6\sin x = 0$

18. Решите неравенство  $\frac{1}{8^x} > 0,125$

### Дополнительная часть

19. Найдите наименьшее значение функции  $y = 13x - 9 \sin x + 9$  на отрезке  $[0; \frac{\pi}{2}]$

20. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ \log_3(5x + 4y) = \log_3(y + 5) \end{cases}$

21. Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 18 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объём тела вращения.

22. Найдите все решения уравнения  $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

### ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ. Вариант № 3

#### Обязательная часть

1. Найдите корень уравнения  $2^{2x-20} = 16$

2. Найдите значение выражения  $\frac{42}{2^{\log_2 3}}$

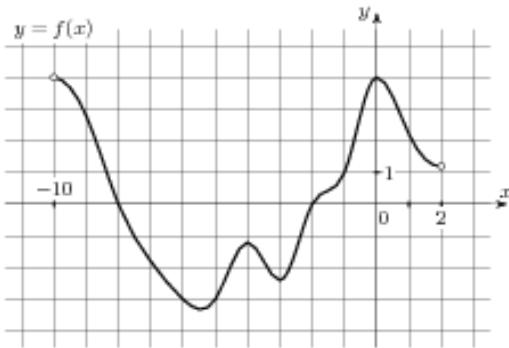
3. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?

4. На рисунке (см. ниже) изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 2)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

5. Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ .

7. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \leq 0$ .



8. Найдите значение  $\sin \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  и  $\alpha \in \text{II четверти}$ .

9. Решить уравнение  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\frac{\pi}{6}$

10. Решите уравнение  $\log_5(5 - 5x) = \log_5 2 + 1$ .

11. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Барнаул	Тверь	Псков
Пшеничный хлеб (батон)	12	11	11
Молоко (1 литр)	25	26	26
Картофель (1 кг)	16	9	14
Сыр (1 кг)	260	240	235
Говядина (1 кг)	300	280	280
Подсолнечное масло (1 литр)	50	38	62

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор

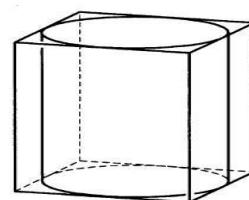
продуктов: 3 кг картофеля, 1 кг сыра, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

12. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 10$ ,  $\cos A = \frac{5}{13}$ . Найдите высоту  $CH$ .

13. Найдите значение выражения  $4^{\sqrt{7}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{7}}$

14. Найдите корень уравнения  $x = \frac{9x-3}{x+5}$

15. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны  
Найдите объем параллелепипеда.



16. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки

изменяется по закону  $S = 5t - 0,5t^2$  (м), где  $t$  - время движения в секундах.

Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. Решить уравнение  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

18. Решите неравенство  $49^{x+1} \leq \left(\frac{1}{7}\right)^x$

### Дополнительная часть

19. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2\cos x + 5x + 8$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

20. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 3y = \log_2 16 \end{cases}$

21. Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 24 см и высотой 8 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните объемы тел вращения.

22. Найдите решение уравнения  $\cos 2x - \sin x = \cos^2 x$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

### ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ. Вариант № 4

#### Обязательная часть

1. Найдите корень уравнения  $3^{5x-13} = 9$

2. Найдите значение выражения  $\frac{84}{5^{\log_5 7}}$

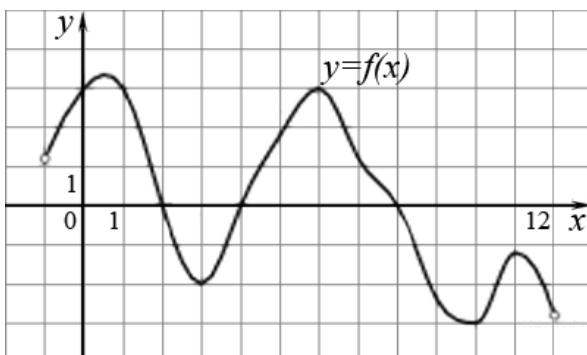
3. Шариковая ручка стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 10%?

4. На рисунке (см. ниже) изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 12)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

5. Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ .

7. При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \leq 0$ .



8. Найдите значение  $\cos \alpha$ , если известно, что  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  и  $\alpha \in \text{II четверти}$ .

9. Решить уравнение  $\sin(x + \pi) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

10. Решите уравнение  $\lg(x + 3) = 2\lg 5$

11. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Белгород	Ярославль	Воронеж
Пшеничный хлеб (батон)	11	15	14
Молоко (1 л)	23	26	20
Картофель (1 кг)	10	9	13
Сыр (1 кг)	205	240	270
Говядина (1 кг)	240	230	240
Подсолнечное масло (1 л)	44	58	52

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

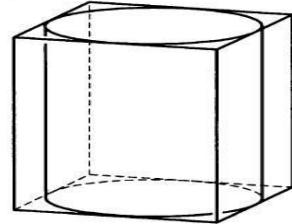
12. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 32$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите высоту  $CH$ .

13. Найдите значение выражения  $6^{\sqrt{3}+1} \cdot 6^{2-\sqrt{3}}$

14. Найдите корень уравнения  $x = \frac{11x-12}{x+4}$

15. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1.

Найдите объём параллелепипеда.



16. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону  $S = t + 0,5t^2$  (м), где  $t$  - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. Решить уравнение  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

18. Решите неравенство  $27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}$

### Дополнительная часть

19. Найдите наименьшее значение функции  $y = 6\cos x + 11x + 7$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

20. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + 4y = 16 \\ \log_7 y = \log_7(4x + 4) \end{cases}$

21 . Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 28 см и высотой 6 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните площади поверхностей тел вращения.

22. Найдите все решения уравнения  $\cos 2x + \sin^2 x + \cos x = 0$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

### Инструкция для обучающихся

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержит задания минимально обязательного уровня, а дополнительная часть – более сложные задания.

При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ. Только в нескольких заданиях достаточно представить ответ. За правильное выполнение любого задания из обязательной части вы получаете один балл. Если вы приводите неверное решение, неверный ответ или не приводите никакого ответа, получаете 0 баллов за задание.

При выполнении любого задания дополнительной части необходимо подробно описать ход решения и дать ответ.

### III. ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА

#### III а. УСЛОВИЯ

Количество вариантов задания для экзаменующегося – 4

Время выполнения задания – 240 минут

Оборудование: бумага, ручка, карандаш, линейка, вариант задания, не программированный микрокалькулятор.

Эталоны ответов

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	$x = -1$	$x = -3$	$x = 12$	$x = 3$
2	0,5	0,2	14	12
3	8 флаконов	23 тетради	20 тетрадей	22 тетради
4	4 точки	6 точек	5 точек	5 точек
5	$y_{\text{наиб}} = 4,5;$ $y_{\text{наим}} = -3,3$	$y_{\text{наиб}} = 3;$ $y_{\text{наим}} = -3,5$	$y_{\text{наиб}} = 4;$ $y_{\text{наим}} = -3,2$	$y_{\text{наиб}} = 3,3;$ $y_{\text{наим}} = -3$
6	$x \in (-6; -4] \cup [-2; 2] \cup [6; 8)$	$x \in [-2; 2] \cup [6; 7)$	$x \in (-10; -8] \cup [-2; 2)$	$x \in (-1; 2] \cup [4; 8]$
7	$x \in [-4; -2] \cup [2; 6]$	$x \in (-7; -2] \cup [2; 6]$	$x \in (-8; -2]$	$x \in [2; 4] \cup [8; 12]$
8	$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\cos \alpha = \frac{5}{3}$	$\sin \alpha = 0,8$	$\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

	<b>1 вариант</b>	<b>2 вариант</b>	<b>3 вариант</b>	<b>4 вариант</b>
9	$x = \pm \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x \in \mathbb{Z} \pm \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
10	0,2	-7	-1	22
11	184900 тыс. руб.	213750 тыс. руб.	381 руб.	352 руб.
12	6	4	12	12
13	256	243	256	216
14	4 и - 9	3 и 2	3 и 1	4 и 3
15	1	5	864	4
16	4 секунды	2 секунды	1 м/с	5 м/с
17	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;$ $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 0 + 2\pi n;$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
18	$x \leq 2$	$x < 1$	$x \leq 3$	$x > -\frac{7}{8}$
19	21	9	10	13
20	$x = 1; y = 2$	$x = 1; y = 0$	$x = 7; y = 1$	$x = 0; y = 4$
21	$138\pi \text{ см}^2$	$224\pi \text{ см}^3$	на $256\pi \text{ см}^3$	на $192\pi \text{ см}^2$
22	$0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$	$\pm \frac{\pi}{2}; 0$	$0; \pi; \frac{3\pi}{2}$	$\pm \frac{\pi}{2}; \pm \pi$

### III б. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

За каждый правильный ответ начисляется 1 балл.

Максимальное число баллов – 22

Шкала перевода баллов в оценку

Количество баллов	Оценка
Менее 18 баллов	2 (неудовлетворительно)
18 – 19 баллов	3 (удовлетворительно)
20 – 21 баллов	4 (хорошо)
22 балла	5 (отлично)